# Численные методы решения нелинейных уравнений: метод касательных.

**Метод касательных так же именуется как метод Ньютона**. **Алгоритм** последовательных вычислений в методе Ньютона состоит в следующем:

image040

**Метод Ньютона (метод касательных) применяется в том случае, если уравнение *f(x) = 0* имеет корень 11, и выполняются условия**:

1) функция *y= f(x)* определена и непрерывна при 12;

2) *f(a)·f(b) < 0* (функция принимает значения разных знаков на концах отрезка [*a;b*]);

3) производные *f'(x)* и *f''(x)* сохраняют знак на отрезке [*a;b*] (т.е. функция *f(x)* либо возрастает, либо убывает на отрезке [*a;b*], сохраняя при этом направление выпуклости);

4) 13.

**Основная идея метода** заключается в следующем: на отрезке [*a;b*] выбирается такое число *x0,* при котором *f(x0)* имеет тот же знак, что и *f''(x0),* т. е. выполняется условие *f(x0)·f''(x) > 0*.

Таким образом, выбирается точка с абсциссой *x0*, в которой касательная к кривой *y=f(x)* на отрезке [*a;b*] пересекает ось *Ox*. За точку *x0* сначала удобно выбирать один из концов отрезка.

**Рассмотрим метод Ньютона на конкретном примере**.

Пусть нам дана возрастающая функция *y = f(x) =x2-2,* непрерывная на отрезке (0;2), и имеющая

*f '(x) =* *2x* *>* *0* и *f ''(x) = 2* *> 0*.

Уравнение касательной в общем виде имеет представление:

*y-y0= f '(x0)·(x-x0).*

В нашем случае: *y-y0=2x0·(x-x0).*В качестве точки x0 выбираем точку *B1(b; f(b)) = (2,2).* Проводим касательную к функции *y = f(x)* в точке B1, и обозначаем точку пересечения касательной и оси *Ox* точкой *x1*. Получаем уравнение первой касательной:*y-2=2·2(x-2), y=4x-6.*

Точка пересечения касательной и оси *Ox: x1 =*clip_image008

Затем находим точку пересечения функции *y=f(x)* и перпендикуляра, проведенного к оси *Ox* через точку *x1*, получаем точку *В2=(1.5; 0.25)*. Снова проводим касательную к функции *y = f(x)* в точке В2, и обозначаем точку пересечения касательной и оси *Ox*точкой *x2*.

Уравнение второй касательной: *y-0.25=2\*1.5(x-1.5), y = 3x – 4.25.*

Точка пересечения касательной и оси *Ox: x2 =*clip_image012*.*

Первое приближение корня определяется по формуле:

clip_image020 = 1.5.

Второе приближение корня определяется по формуле:

clip_image022 =clip_image024

Третье приближение корня определяется по формуле:

clip_image026 clip_image028

**Таким образом*, i*-ое приближение корня определяется по формуле:**

clip_image030

Пример программы на JS

let f = (x) => (((x - 2)\*\*2) - 1) \* 2\*\*x;

//первая производная

let fD = (x) => (2\*\*x)\*(2\*x-4)+((x-2)\*\*2-1)\*(2\*\*x)\*Math.log(2);

//второая производная

let fD2 = (x) => 2\*(2\*\*x)\*(2\*x-4)\*Math.log(2)+(2\*\*x)\*(((x-2)\*\*2)-1)\*(Math.log(2)\*\*2)+2\*(2\*\*x);

function calculate(a, b, e) {

let n = 0;

let x;

if (f(a) \* fD2(a) > 0) { //проверка условия на сходимость

x = a;

} else if (f(b) \* fD2(b) > 0){

x = b;

} else {

x = e;

}

while (Math.abs(f(x)) > e) { //условие на точность

n++;

x -= f(x) / fD(x);

}

console.log(`x = ${x}; f(x) = ${f(x)}; n = ${n}`);

return x;

}

